

**Aufgabe 1:** Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe einer Stammfunktion.

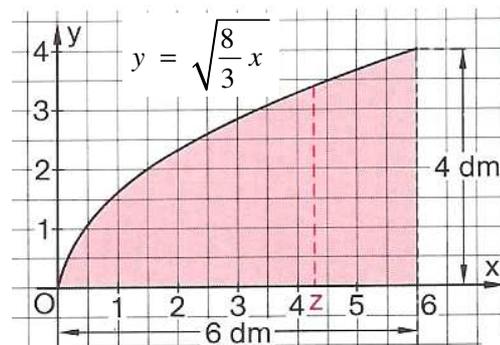
$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int_{-2}^2 (4x^5 + 2x^3) dx & \text{b)} \int_{-1}^4 \frac{2x^3 + 5x - 2}{x^2} dx & \text{c)} \int_1^3 \frac{x-8}{\sqrt{x}} dx \\ \text{d)} \int_{-2}^a (5x+2)^2 dx, a \in \mathbb{R} & \text{e)} \int_{-1}^4 (2x-1)e^x dx & \text{f)} \int_{-1}^4 (x - \ln(x)) dx \end{array}$$

**Aufgabe 2:** Gegeben ist die Funktion  $f$  durch  $f(x) = (x^2 - x - 2)e^{-x}$ .

- a) Wie lauten die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen?  
Bestimmen Sie mit Hilfe des Taschenrechners durch Einsetzen großer bzw. kleiner Werte das Verhalten des Graphen von  $f$  für  $x \rightarrow \pm\infty$ .  
Untersuchen Sie die Funktion auf das Vorhandensein lokaler Extrema.  
Zeichnen Sie den Graphen im Intervall  $-1,5 \leq x \leq 4$ .
- b) Die  $x$ -Achse und der Graph der Funktion  $f$  begrenzen eine Fläche vollständig.  
Ermitteln Sie den Inhalt dieser Fläche. Weisen Sie hierzu nach, dass die Funktion  $F$  mit  $F(x) = -(x^2 + x - 1)e^{-x}$  eine Stammfunktion von  $f$  ist

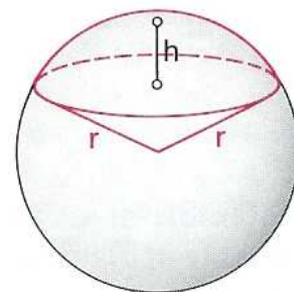
**Aufgabe 3:** Ein Kessel entsteht durch Rotation der rechts abgebildeten schraffierten Fläche um die  $x$ -Achse.

- a) Welches Fassungsvermögen hat der Kessel?  
b) Bei welchem Wert  $z$  ist der Kessel halb gefüllt?



**Aufgabe 4:**

- a) Betrachten Sie die Fläche, die von der Funktion  $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$  und der  $x$ -Achse im Bereich  $[3; 4]$  begrenzt wird. Berechnen Sie den Inhalt des Körpers, der bei Rotation dieser Fläche um die  $x$ -Achse entsteht.
- b) Bestätigen Sie mit Hilfe der Integralrechnung die Formel für das Volumen einer Kugelkappe:  $V = \frac{\pi}{3} h^2 (3r - h)$



**Aufgabe 5:** Gegeben sei die Funktion  $f(x) = x \cdot \ln(x)$ .

- a) Führen Sie eine Funktionsuntersuchung in den folgenden Punkten durch: Definitionsmenge, Nullstellen, Extrempunkte, Wendepunkte
- b) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion im Bereich  $[0; 4]$ .
- c) Zeigen Sie:  $F(x) = \frac{x^2}{2} \cdot \ln(x) - \frac{x^2}{4}$  ist eine Stammfunktion der Funktion  $f$ .

Berechnen Sie anschließend den Flächeninhalt, den der Graph der Funktion  $f$  mit der  $x$ -Achse im Bereich  $[0,5; 4]$  einschließt.

**Viel Erfolg!!!**